

## 707-C / 115-C

B.A./B.Sc. (Pt.-I)

Maths. III

### B.A./B.Sc. (Part-I) (Pass Course) Examination, 2022

(Common for the Faculties of Arts and Science)

[Also Common with Subsidiary Paper of B.A./B.Sc. (Hons.) Part-I

Three-Year Scheme of 10+2+3 Pattern]

## MATHEMATICS

### Paper - III

#### Three Dimensional Geometry and Optimization Theory

Time Allowed : 1:30 Hour]

[Maximum Marks :  $\begin{cases} 50 \text{ for Science} \\ 54 \text{ for Arts} \end{cases}$

**Note:** (i) Boundations of compulsory question and sections are abolished.

अनिवार्य प्रश्न व सैक्शन की बाध्यता समाप्त की जाती है।

(ii) Time allowed to solve this question paper is 1:30 hour.

प्रश्न-पत्र हल करने की समय सीमा 1½ घण्टा है।

(iii) Candidate has to solve 50% of the maximum marks. The unit system in the question paper is abolished. Candidate can solve any question from either/or and can also solve both either/or of the same question. Candidate has to answer for 50 % marks in case of small questions and the questions of less marks.

प्रश्न-पत्र के पूर्णांक का 50 प्रतिशत हल करना है। प्रश्न-पत्र में यूनिट व्यवस्था खत्म की जाती है। Either Or में भी कोई-सा भी प्रश्न हल कर सकता है चाहे तो एक प्रश्न के Either/Or दोनों भी कर सकता है। छोटे प्रश्नों व कम अंकों के प्रश्नों के सम्बन्ध में कुल मिलाकर 50 प्रतिशत अंकों का हल करना है।

(iv) All the parts of one question should be answered at one place in the answer-book. One complete question should not be answered at different places in the answer-book.

किसी भी एक प्रश्न के अन्तर्गत पूछे गए विभिन्न प्रश्नों के उत्तर, उत्तर-पुस्तिका में अलग-अलग स्थानों पर हल करने के बजाय, एक ही स्थान पर हल करें।

(v) If there is any difference in English and Hindi version, the English version will be considered authentic.

यदि प्रश्न के हिन्दी एवं अंग्रेजी रूपान्तरण में कोई अन्तर हो, तो अंग्रेजी रूपान्तरण को ही सही माना जाये।

(vi) No supplementary answer-book will be given to any candidate. Hence the candidates should write their answers precisely in the main answer-book only.

किसी भी परीक्षार्थी को पूरक उत्तर-पुस्तिका नहीं दी जायेगी। अतः परीक्षार्थियों को चाहिये कि वे मुख्य उत्तर-पुस्तिका में ही समस्त प्रश्नों के उत्तर लिखें।

1. (i) Write the general equation of circle in Polar coordinates  $(r, \theta)$  1

वृत्त की ध्रुवीय निर्देशांकों  $(r, \theta)$  में व्यापक समीकरण लिखिये।

(ii) Write the equation of the asymptote of the conic  $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$  (hyperbola) 1

शंकु  $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$  (अतिपरवलय) के अनन्त स्पर्शी का समीकरण लिखिये।

(iii) Define tangent plane to the sphere. 1

गोले पर स्पर्श समतल को परिभाषित कीजिये।

(iv) Define right circular cone. 1

लम्बवृत्तीय शंकु को परिभाषित कीजिये।

(v) Define enveloping cylinder. 1

अन्वालोपी बेलन को परिभाषित कीजिए।

(vi) Define normal on a conicoid. 1

किसी शांकवज पर अभिलम्ब को परिभाषित कीजिये।

(vii) Write the equation of generating liner of hyperboloid of one sheet.  $\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} - \frac{z^2}{\gamma^2} = 1$  1

एक पृष्ठीय अतिपरवलयज  $\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} - \frac{z^2}{\gamma^2} = 1$  की जनक रेखाओं का समीकरण लिखिए।

(viii) How many conditions must be satisfied by a surface represented by a general equation of second degree? 1

द्विघात के व्यापक समीकरण द्वारा प्रदर्शित पृष्ठ द्वारा अधिक से अधिक कितने प्रतिबन्धों को सन्तुष्ट करना चाहिये?

(ix) Define optimal solution of a linear programming. 1

रैखिक प्रोग्रामन के इष्टतम हल को परिभाषित कीजिये।

(x) What is entering and departing vector in a linear programming? 1

रैखिक प्रोग्रामन में प्रवेशी तथा अपगामी सदिश किसे कहते हैं?

2. (i) Find the condition that the straight line  $\frac{l}{r} = A \cos \theta + B \sin \theta$  may touch the circle  $r = 2a \cos \theta$  2

वह प्रतिबन्ध ज्ञात कीजिये जबकि सरल रेखा  $\frac{l}{r} = A \cos \theta + B \sin \theta$  वृत्त  $r = 2a \cos \theta$  को स्पर्श करे।

(ii) A plane passes through a fixed point  $(a, b, c)$ . Find the locus of the feet of the perpendicular from the origin to this plane. 2

एक समतल स्थिर बिन्दु  $(a, b, c)$  से गुजरता है। मूल बिन्दु से इस समतल पर खींचे गये लम्बपाद बिन्दु का बिन्दुपथ ज्ञात कीजिये।

- (iii) Find the equation of the cylinder whose generators are parallel to the line  $\frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{3}$  and whose guiding curve is  $x^2 + 4y^2 = 1, z = 0$ .

2

उस बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिये जिसकी जनक रेखाएँ  $\frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{3}$  के समान्तर हैं तथा जिसका निर्देशक वक्र  $x^2 + 4y^2 = 1, z = 0$  हैं।

- (iv) Find the equations to the generating lines of the hyperboloid  $yz + 2zx + 3xy + 6 = 0$  which pass through point  $(-1, 0, 3)$ .

2

अतिपरवलय  $yz + 2zx + 3xy + 6 = 0$  के बिन्दु  $(-1, 0, 3)$  से गुजरने वाली जनक रेखाओं के समीकरण ज्ञात कीजिये।

- (v) Show that every hyperplane is a convex set.

2

प्रदर्शित कीजिये कि प्रत्येक अधिसमतल एक अवमुख समुच्चय होता है।

3. (a) Find the locus of the pole of the chord of the conic  $l/r = 1 + e \cos \theta$  which subtends a constant angle  $2\alpha$  at the focus.

5

शांकव  $l/r = 1 + e \cos \theta$  की उस जीवा के ध्रुव का बिन्दुपथ ज्ञात कीजिये जो नाभि पर अचर कोण  $2\alpha$  आन्तरित करती है।

- (b) A circle of given radius passing through the focus S of given conic intersects it in A, B, C, D. Show that SA.SB.SC.SD is constant.

5

एक दिये वक्र की नाभि S से गुजरने वाले दी हुई त्रिज्या का वृत्त इसे A, B, C, D पर काटे तो सिद्ध कीजिये कि SA.SB.SC.SD अचर हैं।

OR

अथवा

4. (a) Find the conditions that the lines  $\frac{x-\alpha}{l} = \frac{y-\beta}{m} = \frac{z-\gamma}{n}$  and  $\frac{x-\alpha'}{l'} = \frac{y-\beta'}{m'} = \frac{z-\gamma'}{n'}$

should be polar lines with respect to the sphere  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$

5

वे प्रतिबन्ध ज्ञात कीजिये जिससे रेखाएँ

$$\frac{x-\alpha}{l} = \frac{y-\beta}{m} = \frac{z-\gamma}{n} \text{ और } \frac{x-\alpha'}{l'} = \frac{y-\beta'}{m'} = \frac{z-\gamma'}{n'}, \text{ गोले } x^2 + y^2 + z^2 = a^2 \text{ के सापेक्ष ध्रुवीय}$$

रेखाएँ हों।

- (b) Show that the equation  $4x^2 - y^2 + 2z^2 + 2xy - 3yz + 12x - 11y + 6z + 4 = 0$  represents a cone with vertex  $(-1, -2, -3)$  5

सिद्ध कीजिए कि समीकरण  $4x^2 - y^2 + 2z^2 + 2xy - 3yz + 12x - 11y + 6z + 4 = 0$  एक शंकु को निरूपित करता है। जिसका शीर्ष  $(-1, -2, -3)$  है।

5. (a) Find the equation of a cylinder whose generator are parallel to the line  $\frac{x}{l} = \frac{y}{m} = \frac{z}{n}$  and intersect the conic  $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0, z = 0$  5

उस बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिये जिसके जनक सरल रेखा  $\frac{x}{l} = \frac{y}{m} = \frac{z}{n}$  के समान्तर हैं तथा शांकव

$$ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0, z = 0 \text{ को प्रतिच्छेदित करते हैं।}$$

- (b) Find the condition that the plane  $lx + my + nz - p = 0$  is a tangent plane to the conicoid  $Ax^2 + By^2 + Cz^2 = 1$  5

समतल  $lx + my + nz - p = 0$  को सकेन्द्र शांकवज  $Ax^2 + By^2 + Cz^2 = 1$  को स्पर्श-तल होने के लिये प्रतिबन्ध ज्ञात कीजिये।

OR

अथवा

6. (a) Show that the locus of the point of intersection of perpendicular generators is the locus of intersection of the hyperboloid and the director sphere. 5  
प्रदर्शित कीजिये कि लम्ब जनकों के प्रतिच्छेद बिन्दु का बिन्दुपथ नियामक गोला और अतिपरवलयज का प्रतिच्छेदी वक्र होता है।

(b) Find the principal directions and principal planes of the following conicoid.

$$36x^2 + 4y^2 + z^2 - 4yz - 12zx + 24xy + 4x + 16y - 26z = 0$$

निम्न शांकवज की मुख्य दिशाएँ एवं मुख्य तल ज्ञात कीजिये।

$$36x^2 + 4y^2 + z^2 - 4yz - 12zx + 24xy + 4x + 16y - 26z = 0$$

7. (a) Solve the following linear programming problem:

$$\text{Max. } Z = 2x_1 + x_2$$

$$\text{S.t. } 3x_1 + 5x_2 \leq 15$$

$$6x_1 + 2x_2 \leq 24$$

$$\text{and } x_1, x_2 \geq 0$$

निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को हल कीजिए।

$$\text{अधिकतम कीजिये: } Z = 2x_1 + x_2$$

$$\text{प्रतिबन्ध } 3x_1 + 5x_2 \leq 15$$

$$6x_1 + 2x_2 \leq 24$$

$$\text{तथा } x_1, x_2 \geq 0$$

(b) Find all the basic solutions for the following system of equations and show that all of them are non-degenerate:

5

निम्न समीकरण निकाय के सभी आधारी हल ज्ञात कीजिये तथा दर्शाइये कि वे सभी अनप भ्रष्ट हैं:

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 4$$

$$2x_1 + x_2 + 5x_3 = 5$$

—x—