

B.Sc. I – MATHEMATICS (Second Paper) 2008
(Calculus)

Note : Attempt questions in all Sections.

खण्ड - अ (Section - A)

वस्तुनिष्ठ प्रश्न (Objective Questions)

Inst. : Attempt all questions each question is of $\frac{1}{2}$ /1 Mark.

1. एक फलन $f(x)$, $x = a$ पर सतत कहलाता है यदि—

A function $f(x)$ is said to be continuous at $x = a$ if

(अ) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

(ब) $\lim_{h \rightarrow 0} f(a + h) = \lim_{h \rightarrow 0} f(a - h) = f(a)$

(स) दोनों (अ) व (ब) सही हैं

(द) सभी (अ), (ब) व (स) सही हैं

A function $f(x)$ is said to be continuous at $x = a$ if :

(a) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

(b) $\lim_{h \rightarrow 0} f(a + h) = \lim_{h \rightarrow 0} f(a - h) = f(a)$

(c) Both (a) and (b) are correct

(d) All (a), (b), (c) are correct

2. $D^n X^m$ का मान दीजिए यदि $m < n$:

(अ) m (ब) 0

(स) 1 (द) d

The Value of $D^n X^m$, when $m < n$, is :

(a) m (b) 0

(c) 1 (d) n

3. वक्र $x^2 y^2 = a^2 (x^2 + y^2)$ के, y -अक्ष के समान्तर सभी अनन्तस्पर्शी लिखिए।

Write the asymptotes of the curve :

$x^2 y^2 = a^2 (x^2 + y^2)$ parallel to y -axis

4. वक्र $x^3 = y$ निम्न में से किसके सापेक्ष सममित है—

(अ) $y = x$ (ब) $x = -y$

(स) सम्मुख चतुर्थांश (द) इनमें से कोई नहीं

The curve $x^3 = y$ is symmetric about :

- (a) $y = x$
- (b) $x = -y$
- (c) Opposit quadrant
- (d) None of these

5. $(D^2 + a^2)y = \sin ax$ अवकलन समीकरण का विशेष समाकलन है—

- (अ) $\frac{x}{2a} \cos ax$
- (ब) $\frac{-x}{2a} \cos ax$
- (स) $\frac{1}{2ia} [e^{ia} \int e^{-ia} \sin ax dx - e^{-ia} \int e^{ia} \sin ax dx]$
- (द) (ब) और (स) दोनों

P. I. of the Differential Equation $(D^2 + a^2)y = \sin ax$ is :

- (a) $\frac{x}{2a} \cos ax$
- (b) $\frac{-x}{2a} \cos ax$
- (c) $\frac{1}{2ia} [e^{ia} \int e^{-ia} \sin ax dx - e^{-ia} \int e^{ia} \sin ax dx]$
- (d) (b) and (c) both

6. कार्तीय वक्र के लिए वक्रता का सूत्र लिखिए।

For the cartesian curve write the formula of curvature.

7. हल कीजिए $P^2 - 7P + 12 = 0$ जहाँ $P = \frac{dy}{dx}$

Solve $P^2 - 7P + 12 = 0$ where $P = \frac{dy}{dx}$

8. अवकलन समीकरण $Mdx = Ndy = 0$ के यथायथ होने का अनिवार्य एवं पर्याप्त प्रतिबन्ध है—

- (अ) $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$
- (ब) $\frac{\partial M}{\partial x} = \frac{\partial N}{\partial y}$
- (स) $\frac{\partial^2 M}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 N}{\partial x^2}$
- (द) $M = N$

The necessary and sufficient condition that the differential equation $Mdx + Ndy = 0$ may be exact :

- (a) $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$
- (b) $\frac{\partial M}{\partial x} = \frac{\partial N}{\partial y}$
- (c) $\frac{\partial^2 M}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 N}{\partial x^2}$
- (d) $M = N$

9. वक्र $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ का सम्पूर्ण क्षेत्रफल है—

- (अ) πab
- (ब) ab
- (स) $\pi^2 ab$
- (द) $2\pi ab$

The whole area of the curve $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ is :

- (a) πab (b) ab
(c) $\pi^2 ab$ (d) $2\pi ab$

10. ज्ञात करो— $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$

Find : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$

खण्ड—ब (Section – B)

लघु-उत्तरीय प्रश्न (Short Answer Questions)

कोई आठ प्रश्न हल करो। प्रत्येक प्रश्न $2/2\frac{1}{2}$ अंक का है।

Inst. : Attempt any eight questions. Each question is of $2/2\frac{1}{2}$ marks.

1. ऐसे फलन का उदाहरण दीजिए जो सतत है परन्तु अवकलनीय नहीं। सिद्ध कीजिए कि यदि एक फलन अवकलनीय है तो सतत भी है। <http://www.upadda.com>

Give an example of a function which is continuous but not differentiable. Prove that if a function is differentiable then it is continuous also.

2. टेलर व मेक्लारिन प्रमेय के कथन दीजिए। उनमें अन्तर भी लिखिए।

Write statements to Taylor's and Maclaurin's theorems. Give difference between them.

3. वक्र का अनुरेखण कीजिए $y^2(2a - x) = x^3$

Trace the Curve : $y^2(2a - x) = x^3$

4. वृत्तजात की वक्रता ज्ञात कीजिए, वक्रजात निम्न है

$$x = a(\theta - \sin\theta), y = a(1 - \cos\theta)$$

Find the curvature of cycloid :

$$x = a(\theta - \sin\theta), y = a(1 - \cos\theta)$$

5. हल कीजिए $\cos x \frac{dy}{dx} + y \sin x = 1$

Solve : $\cos x \frac{dy}{dx} + y \sin x = 1$

6. निम्न समीकरण का सामान्य एवं सिन्गुलर हल ज्ञात करो।

$$(y - px)^2 = p^2 - 1$$

Find the general and singular solution of differential eqn.

$$(y - px)^2 = p^2 - 1$$

7. वक्र परिवार की परस्पर लम्ब चक्राकार मार्गों (बिन्दुपथ) की परिभाषा दीजिए एवं वृत्त परिवार की परस्पर लम्ब चक्राकार मार्गों (बिन्दुपथ) को ज्ञात करो, सभी वृत्तों के केन्द्र मूल बिन्दु हैं।

Define orthogonal trajectories of family of curves. Find the orthogonal trajectories of family of circles, whose centers are origin.

8. हल कीजिए— $(D^2 - 3D + 2)y = xe^x$

Solve : $(D^2 - 3D + 2)y = xe^x$

9. ज्ञात कीजिए—

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \frac{1}{n}\right) \left(1 + \frac{2}{n}\right) \left(1 + \frac{3}{n}\right) \dots \left(1 + \frac{n}{n}\right) \right]^{1/n}$$

Evaluate :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \frac{1}{n}\right) \left(1 + \frac{2}{n}\right) \left(1 + \frac{3}{n}\right) \dots \left(1 + \frac{n}{n}\right) \right]^{1/n}$$

10. परवलय $y^2 = 4ax$ व उसके नाभिलम्ब से घिरा हुआ क्षेत्रफल ज्ञात करो ?

Find the area bounded by the parabola $y^2 = 4ax$ and it's latus rectum.

11. उस पृष्ठ का आयतन ज्ञात करो जो कि एक 'a' त्रिज्या वाले अर्द्धवृत्त को उसके व्यास के परितः घुमाने से प्राप्त होता है।

Find the volume of the surface found by rotating a semi circle of radius 'a' about it's diameter.

12. समाकलन विधि से वृत्त $x^2 + y^2 = a^2$ का परिमाप ज्ञात करो।

By Integration method find the perimeter of circle $x^2 + y^2 = a^2$

खण्ड—स Section - C

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (Long-answer Questions)

कोई दो प्रश्न हल कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 6/10 अंक का है।

Inst. : Attempt any two questions. Each question is of 6/10 marks.

1. (a) निम्न फलन की $x = 3/2$ पर सांतत्य परीक्षण करो।

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{when } x \text{ is rational} \\ -1, & \text{when } x \text{ is irrational} \end{cases}$$

क्या $|f|$ सतत है ?

Check the continuity of following function at $x = 3/2$

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{when } x \text{ is rational} \\ -1, & \text{when } x \text{ is irrational} \end{cases}$$

whether $|f|$ is continuous ?

1. (b) मैक्लारिन प्रमेय से $f(x) = e^x$ को प्रसार करो।

By Maclaurin's theorem expand $f(x) = e^x$.

2. हल करो— $\frac{d^4y}{dx^4} + 2\frac{d^3y}{dx^3} - 3\frac{d^2y}{dx^2} = 3e^{2x} + 4\sin x$

Solve : $\frac{d^4y}{dx^4} + 2\frac{d^3y}{dx^3} - 3\frac{d^2y}{dx^2} = 3e^{2x} + 4\sin x$

3. लेबनीज प्रमेय का कथन लिखिए एवं सिद्ध कीजिए कि—

यदि $y = x^2 e^x$ तब

$$\frac{d^n y}{dx^n} = \frac{1}{2} n(n-1) \frac{d^2 y}{dx^2} - n(n-2) \frac{dy}{dx} + \frac{1}{2} (n-1)(n-2)y$$

Write the statement of Leibnitz's theorem and Prove that :

If $y = x^2 e^x$ then

$$\frac{d^n y}{dx^n} = \frac{1}{2} n(n-1) \frac{d^2 y}{dx^2} - n(n-2) \frac{dy}{dx} + \frac{1}{2} (n-1)(n-2)y$$

4. सिद्ध कीजिए— $\int \sin^n x dx = -\frac{1}{n} \sin^{n-1} x \cdot \cos x$
 $+ \frac{n-1}{2} \int \sin^{n-2} x dx$

एवं इससे ज्ञात कीजिए— $\int \sin^6 x dx$

Prove that :

$$\int \sin^n x dx = -\frac{1}{n} \sin^{n-1} x \cdot \cos x$$
$$+ \frac{n-1}{2} \int \sin^{n-2} x dx$$

And hence find $\int \sin^6 x dx$

http://www.upadda.com

Whatsapp @ 9300930012

Your old paper & get 10/-

पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से