

FUNDELKHAND UNIVERSITY, JHANSI

B. Sc. I-MATHEMATICS (PAPER-SECOND), 2016

(CALCULUS)

Time : Three Hours

Maximum Marks : 50

Note : Attempt questions from all sections.

सभी खण्डों से प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

UPadda.com SECTION—A
(खण्ड-अ)

(SHORT ANSWER TYPE QUESTIONS)

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

Note : Attempt any ten questions. Each question carries 2 marks.

(10 × 2 = 20)

किन्हीं दस प्रश्नों के उत्तर दीजिये। प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

1. Verify Rolle's Theorem for the function :

दिये गये फलन के लिये रोल्स की प्रमेय की जाँच कीजिये।

$$f(x) = x(x+1)e^{-x/2} \text{ in } [-3, 0]$$

2. If यदि

$$\log \sec x = \frac{1}{2}x^2 + Ax^4 + Bx^6 + \dots$$

P.T.O

Then Find A and B.

UPadda.com

जब ज्ञात करिये A और B।

3. Find the maximum and minimum value of following function.

दिये गये फलन का उच्चतम तथा निम्नतम मान ज्ञात कीजिए।

$$x^3 + y^3 - 3axy$$

4. Find the Area of Curve.

वक्र द्वारा घिरा क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये।

$$r = a(1 + \cos \theta)$$

5. If यदि $x^x y^y z^z = C$

Then show that at $x = y = z$

तब $x = y = z$ पर दिखाइए कि

UPadda.com $\frac{d^2 z}{dx dy} = -(x \log ex)^{-1}$

6. Trace the following curve.

दिये गये वक्र का अनुरेखण करिये।

$$a^2 y^2 = x^3 (2a - x)$$

7. Find the asymptotes of the curve.

दिये गये वक्र की अन्तःस्पर्शी ज्ञात करिये।

$$x^3 + y^3 = 3axy$$

8. Prove that सिद्ध करिये—

$$\frac{B(m, n+1)}{n} + \frac{B(m+1, n)}{m} = \frac{B(m, n)}{m+n}$$

9. Evaluate ज्ञात करिए — $\iint xy(x+y) dx dy$

Over the region between $y = x^2$ and $y = x$.

वक्र $y = x^2$ तथा $y = x$ द्वारा घिरे क्षेत्र पर।

10. Find निकालिये — $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x - \log(1+x)}{x^2}$

11. If यदि

UPadda.com

$x = r \sin \theta \cos \phi, Y = r \sin \theta \sin \phi, z = r \cos \theta$

Prove that सिद्ध करिये कि — $\frac{d(x, y, z)}{d(r, \theta, \phi)} = r^2 \sin \theta$

12. If यदि

$$y = a \cos \log x + b \sin \log x$$

Show that दिखाइए कि $x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + y = 0$

13. Draw the graph of the function $y = |x-1| + |x-2|$ in the interval $[0, 3]$ and discuss the continuity and differentiability of the function in this interval.

फलन $y = |x-1| + |x-2|$ का लेखाचित्र $[0, 3]$ अंतराल में खींचिए तथा फलन का इस अंतराल में सततता तथा अवकलन के बारे में बताइये।

UPadda.com

14. Find the evolute of the Hyperbola $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

अतिपरवलय $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ का उद्बल्य ज्ञात करिए।

15. Find the area of surface of revolution formed by revolving the curve $r = 2a \cos \theta$ about the initial line.

वक्र $r = 2a \cos \theta$ को प्रारम्भिक रेखा के परितः परिक्रमण कराने से जनित ठोस का पृष्ठ क्षेत्रफल ज्ञात करिये।

16. For curve $r = a(1 - \cos \theta)$, Prove that $\delta = \frac{2}{3} \sqrt{2ar}$.

वक्र $r = a(1 - \cos \theta)$ के लिये सिद्ध करिये $\delta = \frac{2}{3} \sqrt{2ar}$ ।

UPadda.com SECTION-B
(खण्ड-ब)

(LONG ANSWER TYPE QUESTIONS)
(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

Note : Attempt any two questions. Each question carries 15 marks.

(15 × 2 = 30)

किन्हीं 2 प्रश्नों के उत्तर दीजिये। प्रत्येक प्रश्न 15 अंकों का है।

1. Change the order of integration and evaluate.
समाकलन के क्रम को परिवर्तन करके हल करिये—

$$\int_0^1 \int_x^{\sqrt{2-x^2}} \frac{x \, dx \, dy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

2. If $y = a \sin^{-1} x$, then show that

यदि $y = a \sin^{-1} x$ तब सिद्ध कीजिये

$$(1-x^2) y_{n+2} - (2n+1)xy_{n+1} - (n^2 + a^2) y_n = 0$$

and find the value of y_n when $x = 0$.

और y_n की गणना $x = 0$ पर ज्ञात करिये।

3. (a) If यदि $u = \tan^{-1} \left(\frac{x^3 + y^3}{x-y} \right)$

then show that तब सिद्ध करिये।

UPadda.com

$$x^2 \frac{d^2 u}{dx^2} + 2xy \frac{d^2 u}{dx dy} + y^2 \frac{d^2 u}{dy^2} = 2 \cos 3u \sin u$$

- (b) Prove that सिद्ध कीजिये—

UPadda.com

$$\int_0^2 (8-x^3)^{-1/3} dx = \frac{2\pi}{3\sqrt{3}}$$

4. (a) If यदि $u = f(r)$ where जहाँ $r^2 = x^2 + y^2$
then prove that तब सिद्ध करिये—

$$\frac{d^2 u}{dx^2} + \frac{d^2 u}{dy^2} = f''(r) + \frac{f'(r)}{r}$$

- (b) Prove that सिद्ध कीजिये—

$$B(m, n) = \frac{\sqrt{m} \sqrt{n}}{\sqrt{m+n}}, \quad m, n > 0$$

UPadda.com

अपना पेपर हमें WHATSAPP या Email करे ओर 10 से 20 रूपए का मोबाइल TOPUP या PAYTM प्राप्त करे और अपने जूनियर्स कि मदद भी करे

Whatsapp No 9300930012

E-mail MA9300930012@GMAIL.COM