

**B.Sc. I – MATHEMATICS (PAPER-SECOND), 2014
(CALCULUS)**

Time : Three Hours

Maximum Marks : 50

Note : Attempt questions from all the Sections.

सभी खण्डों से प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

SECTION – A (खण्ड-अ)

(SHORT ANSWER TYPE QUESTIONS)

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

Note : Attempt any eight questions. Each question carries 3 marks

(3×8=24)

किन्हीं आठ प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 3 अंकों का है।

1. Verify Rolle's theorem for the following function.

निम्न फलन के लिए रोले प्रमेय को सत्यापित कीजिए।

$$f(x) = (x - 1)^2(x + 1)^3 \text{ in } [-1, 1].$$

2. Apply Maclaurin's theorem to show that

मैकलोरिन की प्रमेय का प्रयोग करते हुए दिखाइए कि

$$e^x \cos x = 1 + x \frac{2x^3}{3} - \frac{2^2 x^4}{4} + \frac{2^2 x^5}{5} + \frac{2^3 x^7}{7} + \dots + 2^{n/2} \cos \frac{(n\pi)x^n}{4} + \dots$$

3. Evaluate मूल्यांकन कीजिए

$$\lim_{x \rightarrow 0} [(\cos x) \cot^2 x]$$

4. If $x^x y^y z^z = C$, show that at $x = y = z$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\{x \log(ex)\}^{-1}$

यदि $x^x y^y z^z = C$ तब $x = y = z$ पर दिखाइए कि $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\{x \log(ex)\}^{-1}$

5. If $y_1 = \frac{x_2 x_3}{x_1}$, $y_2 = \frac{x_3 x_1}{x_2}$, $y_3 = \frac{x_1 x_2}{x_3}$, prove that $J(y_1, y_2, y_3) = 4$.

यदि $y_1 = \frac{x_2 x_3}{x_1}$, $y_2 = \frac{x_3 x_1}{x_2}$, $y_3 = \frac{x_1 x_2}{x_3}$, तब सिद्ध कीजिए कि

$$J(y_1, y_2, y_3) = 4.$$

6. Find the maximum and minimum values of the following function $u = x^3 y^2 (1 - x - y)$.

निम्न फलन का उच्चिष्ठ और निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए $u = x^3 y^2 (1 - x - y)$.

7. Find the pedal equation of the curve $\frac{1}{v} = 1 + e \cos \theta$.

वक्र $\frac{r}{v} = 1 + e \cos \theta$ का पेडल समीकरण ज्ञात कीजिए।

8. Prove that the radius of curvature at any point 't' of the curve $x = a(t + \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$ is $4a \cos \left(\frac{t}{2}\right)$.

सिद्ध कीजिए कि वक्र $x = a(t + \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$ के किसी बिन्दु 't' पर वक्रता त्रिज्या $4a \cos \left(\frac{t}{2}\right)$ है।

9. Find the envelope of family of curves $x^2 + y^2 - 2ax \cos \alpha - 2ay \sin \alpha = c^2$, where α is the parameter.

वक्र परिवार $x^2 + y^2 - 2ax \cos \alpha - 2ay \sin \alpha = c^2$ का इनवलेप ज्ञात कीजिए, जहाँ α पैरामीटर है।

10. Prove that सिद्ध कीजिए

$$B(n, n) = \frac{\sqrt{\pi} \Gamma(n)}{2^{2n-1} \Gamma\left(n + \frac{1}{2}\right)}$$

11. Find the whole area of the curve $a^2 y^2 = a^2 x^2 - x^4$.

वक्र $a^2 y^2 = a^2 x^2 - x^4$ का सम्पूर्ण क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

12. Find the volume of the solid generated by the revolution of the

curve $x = 2a \sin^2 t$, $y = \frac{2a \sin^3 t}{\cos t}$ about its asymptote.

वक्र $x = 2a \sin^2 t$, $y = \frac{2a \sin^3 t}{\cos t}$ को अनन्त स्पर्शी के परितः परिक्रमण करने पर जनित ठोस का आयतन ज्ञात कीजिए।

SECTION - B (खण्ड-ब)

(LONG ANSWER TYPE QUESTIONS)

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

Note : Attempt any two questions. Each question carries 13marks.

(13×2=26)

किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 13 अंकों का है।

1. If $f(x) = x \left(\frac{e^{1/x} - e^{-1/x}}{e^{1/x} + e^{-1/x}} \right)$, $x \neq 0$ and $f(0) = 0$, show that f is

continuous but not differentiable at $x = 0$

यदि $f(x) = x \left(\frac{e^{1/x} - e^{-1/x}}{e^{1/x} + e^{-1/x}} \right)$, $x \neq 0$ और $f(0) = 0$ तब दिखाइए कि $x = 0$

0 पर f सतत है परन्तु अवकलनीय नहीं है।

2. If $y = \left\{x + \sqrt{(1+x^2)}\right\}^m$, show that $(1+x^2) y_2 + xy_1 - m^2 y = 0$. Hence prove that $(1+x^2)y_{n+2} + (2n+1)xy_{n+1} + (n^2-m^2)y_n = 0$. Also find $(y_n)_0$.
- यदि $y = \left\{x + \sqrt{(1+x^2)}\right\}^m$ दिखाइए कि $(1+x^2) y_2 + xy_1 - m^2 y = 0$ तथा सिद्ध कीजिए कि $(1+x^2)y_{n+2} + (2n+1)xy_{n+1} + (n^2-m^2)y_n = 0$ का मान भी ज्ञात कीजिए।
3. Find the asymptotes of the curve $(y-x)(y-2x)^2 + (y+3x)(y-2x) + 2x + 2y - 1 = 0$
- वक्र $(y-x)(y-2x)^2 + (y+3x)(y-2x) + 2x + 2y - 1 = 0$ की अनन्त स्पर्शियाँ ज्ञात कीजिए।
4. Find the surface area of the solid generated by the revolution of the curve $x = a(\theta - \sin\theta)$, $y = a(1 - \cos\theta)$ about x-axis.
- वक्र $x = a(\theta - \sin\theta)$, $y = a(1 - \cos\theta)$ को x-अक्ष के परितः परिक्रमण करने पर जनित ठोस का पृष्ठ क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

□□

http://www.upadda.com

Whatsapp @ 9300930012

Your old paper & get 10/-

पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से